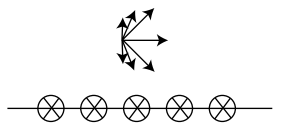


به راحتی می‌توان نشان داد که میدان در هر طرف صفحه مستقل از فاصله تا صفحه است ولی در مسئله‌ی اصلی این موضوع اهمیتی ندارد.

اکنون به مسئله‌ی اصلی بازمی‌گردیم و فضا را به سه ناحیه تقسیم می‌کنیم:

۱. $y < ۰$: در این ناحیه میدان هر دو صفحه به سمت چپ $(-\hat{x})$ و در نتیجه $B_x < ۰$ است.

۲. $۰ < y < a$: در این ناحیه میدان صفحه‌ی بالایی در جهت $-\hat{x}$ و میدان صفحه‌ی پایینی در جهت $+\hat{x}$ و در نتیجه میدان‌ها یکدیگر را خنثی می‌کنند، آنگاه $B_x = ۰$ است.

۳. $y > a$: در این بخش نیز میدان هر دو صفحه در جهت $+\hat{x}$ و در نتیجه $B_x > ۰$ است.

۱-۵ گزینه‌ی (ب). ابتدا توان خورشید را به‌دست می‌آوریم. با توجه به اینکه $۵۰۰\,\mathrm{s}$ طول می‌کشد تا نور خورشید به زمین برسد، فاصله‌ی زمین تا خورشید برابر است با $۵۰۰ \times ۳ \times ۱۰^{۸} = ۱/۵ \times ۱۰^{۱۱}\,\mathrm{m}$. همچنین توان بر واحد سطح زمین $۱۰^{۳}\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^{۲}}$ است. در نتیجه توان کل خورشید برابر است با

$$P_s = ۴\pi(۱/۵ \times ۱۰^{۱۱})^{۲} \times ۱۰^{۳} \approx ۳ \times ۱۰^{۲۶}\,\mathrm{W}$$

اکنون توان لامپ‌ها را می‌یابیم. هر لامپ توان ۱۰۰ وات مصرف می‌کند. باید تعداد کل لامپ‌های روی زمین را به‌دست آوریم. سطح مقطع هر لامپ را دایره‌ای به شعاع $۳\,\mathrm{cm}$ می‌گیریم. بنابراین مساحت آن برابر $\pi(۳ \times ۱۰^{-۲})^{۲} \simeq ۳ \times ۱۰^{-۳}\,\mathrm{m}^{۲}$ است. مساحت زمین نیز برابر است با $۴\pi(۶ \times ۱۰^{۶})^{۲} \approx ۵ \times ۱۰^{۱۴}\,\mathrm{m}^{۲}$. بنابراین تعداد لامپ‌ها برابر $\frac{۵\times ۱۰^{۱۴}}{۳\times ۱۰^{-۳}} \approx ۲ \times ۱۰^{۱۷}$ و توان کل آنها $۱۰۰ \times ۲ \times ۱۰^{۱۷} = ۲ \times ۱۰^{۱۹}\,\mathrm{W}$ خواهد بود. نسبت این دو توان $۱۰^{۷}$ است.

۱-۶ گزینه‌ی (ج). اگر پارامترهای داده شده را به‌صورت $R \pm \Delta R$، $L_۱ \pm \Delta L_۱$ و $L_۲ \pm \Delta L_۲$ و خطای آنها را بسیار کوچک (مطابق واقعیت) بگیریم، داریم

$$R_x = \frac{L_۱}{L_۲}R\left(۱ \pm \frac{\Delta R}{R}\right)\left(۱ \pm \frac{\Delta L_۱}{L_۱}\right)\left(۱ \pm \frac{\Delta L_۲}{L_۲}\right)^{-۱}$$

$$\approx \frac{L_۱}{L_۲}R\left(۱ \pm \frac{\Delta R}{R} \pm \frac{\Delta L_۱}{L_۱} \pm \frac{\Delta L_۲}{L_۲}\right)$$

دراین‌صورت حداکثر خطای اندازه‌گیری R_x برابر است با

$$\Delta R_x = \left(\frac{L_۱}{L_۲}R\right)\left(\frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta L_۱}{L_۱} + \frac{\Delta L_۲}{L_۲}\right)$$
$$= ۱۷\,\Omega$$

در واقع، در حالتی که $L_۱$ و R بیشترین مقدار ممکن و $L_۲$ کمترین مقدار باشند، به مقدار بالا برای حداکثر خطای R_x می‌رسیم. نزدیک‌ترین گزینه به این عدد، $۲۰\ \Omega$ است.

۱-۷ گزینه‌ی (ج). اگرچه می‌توان تابع مسیر حرکت پرتابه را به‌دست آورد و سطح زیر آن را محاسبه کرد، ولی با بررسی گزینه‌ها، می‌فهمیم که گزینه‌ها از نظر ابعادی با هم متفاوتند و تنها کافی است آنها را از نظر بُعد بررسی کنیم. اگر بُعد طول را با L و بُعد زمان را با T نمایش دهیم، پارامتر S از جنس $\mathrm{L}^۲$ و پاسخ گزینه‌ها به ترتیب از جنس $\mathrm{L}^{\frac{۳}{۲}}\mathrm{T}^{-۱}$، $\mathrm{L}^۲\mathrm{T}^{-۱}$، $\mathrm{L}^۲$، و $\mathrm{L}^۲\mathrm{T}^۱$ خواهند بود. پس فقط پاسخ گزینه‌ی (ج) می‌تواند از جنس S باشد.

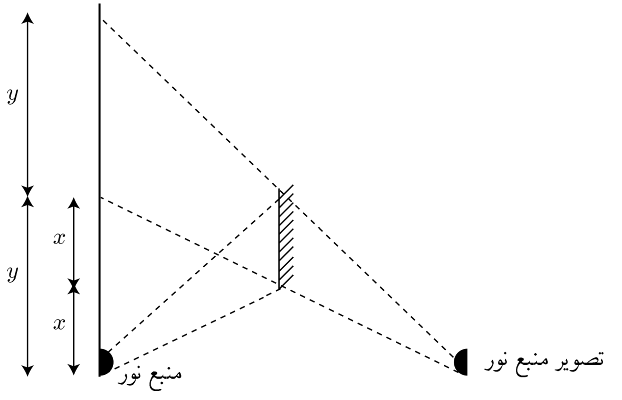
۱-۸ گزینه‌ی (ب). در واقع این نمودار نشان‌دهنده‌ی زاویه‌ی φ از دید زمین در زمان‌های گوناگون است که مجموع یک جمله‌ی خطی به‌دلیل گذشت زمان (t)، یک مقدار ثابت زمان لازم برای طی‌کردن فاصله‌ی میانگین برجیس تا زمین و یک جمله‌ی نوسانی به‌دلیل چرخش زمین و کم و زیاد شدن فاصله است. با دقت در گزینه‌ها معلوم می‌شود که زمان لازم برای طی‌کردن قطر مدار زمین توسط نور مدنظر است، زیرا در تمام گزینه‌ها، سرعت نور برابر حاصل تقسیم D بر یک زمان مشخص است. از سه عبارت گفته شده در مورد رابطه‌ی زمان مشاهده‌ی φ، تنها جمله‌ی سوم تابع قطر مدار چرخش زمین به دور خورشید است و به طور کلی قطر مدار زمین که نشان‌دهنده‌ی حداکثر دامنه‌ی تغییر فاصله‌ی زمین از برجیس است، متناظر با دامنه‌ی جمله‌ی سینوسی تابع $T(\varphi)$ است.

با دقت در نمودار $T(\varphi)$، مشخص می‌شود که خط‌چین رسم شده که از نقاط کمینه‌ی موضعی تابع می‌گذرد، معادل تابع $T(\varphi)$ برای ناظری است که همراه زمین نمی‌چرخد ولی روی مدار زمین در نقطه‌ای قرار دارد که همواره در کمترین فاصله از برجیس است. به طور مشابه، خط‌چینی که از نقاط بیشینه‌ی موضعی عبور می‌کند برای ناظری است که همواره در نقطه‌ای از مدار زمین است که بیشترین فاصله را از برجیس دارد. فاصله‌ی این دو خط در جهت محور زمان (یعنی $t_۲$) زمان لازم برای عبور نور در فاصله‌ی این دو ناظر یعنی قطر مدار زمین را نشان می‌دهد که همان دو برابر دامنه‌ی جمله‌ی سینوسی تابع است. بنابراین $c = \frac{D}{t_۲}$ خواهد بود.

۱-۹ گزینه‌ی (ب). با رجوع به کتاب سیالات و ترمودینامیک از همین مجموعه، متوجه می‌شوید که در C آب پایین می‌آید و در B سطح آب تغییر نمی‌کند. در A می‌توان یک حفره‌ی کوچک روی یخ

ایجاد کرد تا حباب هوا به بیرون وصل شود. در واقع تکه یخی با شکل خاص داریم و حباب هوایی وجود ندارد، در نتیجه سطح آب تغییر نخواهد کرد.

۱-۱۰ گزینه‌ی (ج). مطابق شکل زیر، x فاصله‌ی عمودی چشمه تا پایین آینه و y فاصله‌ی عمودی چشمه تا بالای آینه است. از این‌رو فاصله‌ی پایین‌ترین نقطه‌ی لکه‌ی روی دیوار تا چشمه برابر $۲x$ و فاصله‌ی بالاترین نقطه‌ی لکه‌ی روی دیوار تا چشمه برابر $۲y$ و هر دو مستقل از زمان و جلو و عقب شدن آینه هستند و لکه‌ی روی دیوار کاملاً مشابه آینه با ابعاد دو برابر است. پس شکل لکه‌ی روی دیوار از نظر اندازه و محل مرکز آن ثابت می‌ماند.



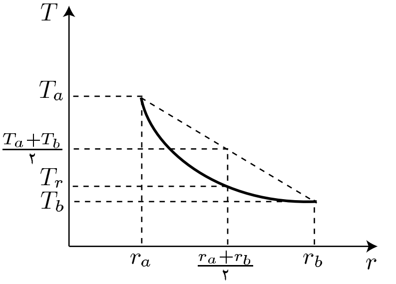
۱-۱۱ گزینه‌ی (د). تداخل موج حاصل از نور خروجی از دو سوراخ، در وسط دیوار سازنده است. بنابراین دامنه‌ی موج حاصل، جمع دامنه‌ی موج ناشی از هر یک از سوراخ‌ها و به دلیل تقارن، دوبرابر دامنه‌ی موج ناشی از یکی از آنهاست. با توجه به اینکه شدت با توان دوم دامنه متناسب است، بنابراین شدت نور در وسط دیوار برابر $۴I$ خواهد بود که I شدت صوت ناشی از یکی از سوراخ‌هاست. پس تراز شدت صوت ناشی از یکی از سوراخ‌ها برابر $\beta_\circ = ۱۰ \log \frac{I}{I_\circ}$ و ناشی از هر دو برابر $\beta = ۱۰ \log \frac{۴I}{I_\circ}$ است. داریم

$$\begin{aligned}\beta &= ۱۰ \log ۴ + ۱۰ \log \frac{I}{I_\circ} \\ &= \beta_\circ + ۲۰ \log ۲ \\ &= \beta_\circ + ۶\end{aligned}$$

۱-۱۲ گزینه‌ی (ب). می‌دانیم

$$Q = kA\frac{dT}{dr}$$
$$A = ۲\pi r h$$

که r فاصله از مرکز استوانه و h ارتفاع استوانه است. همچنین $T_a > T_b$ و آنگاه $\frac{dT}{dr} < \circ$ است. با توجه به ثابت بودن Q، با افزایش r مساحت A افزایش می‌یابد و در نتیجه $\left|\frac{dT}{dr}\right|$ کم می‌شود. دقت کنید $\frac{dT}{dr}$ منفی است؛ یعنی نمودار دما بر حسب شعاع نزولی است ولی با افزایش شعاع، نمودار افقی‌تر می‌شود. در نتیجه نمودار دما برحسب شعاع، مطابق شکل زیر خواهد بود. از روی شکل مشخص است که $T_r < \frac{T_a+T_b}{۲}$.



۱-۱۳ گزینه‌ی (ج). اگر نیروی وارد بر q به سمت پایین افزایش یابد با منحرف‌کردن آونگ نیروی بیشتری به آن وارد می‌شود. در نتیجه آن را سریع‌تر جابه‌جا می‌کند و به جای اول برمی‌گرداند، یعنی دوره‌ی تناوب کاهش می‌یابد. نیروی وارد بر جسم برابر است با

$$F = mg + qE$$

از سویی میدان نیز برابر است با $E = \frac{V}{d}$ که در آن d فاصله‌ی صفحات خازن است. اگر $q > \circ$ باشد با افزایش q، افزایش V، یا کاهش d نیرو افزایش یافته و دوره‌ی تناوب کم می‌شود. در حالتی که $q < \circ$ است با افزایش $|q|$، افزایش V، یا کاهش d، $|qE|$ زیاد می‌شود ولی چون q منفی است نیرو کم و دوره‌ی تناوب زیاد می‌شود. چنانچه هم $|q|$ و هم d را زیاد کنیم ممکن است نیرو کم یا زیاد شود و نمی‌توان در حالت کلی نظر داد.

با این توضیحات، نتیجه می‌گیریم که گزاره‌های ۲ و ۳ قطعاً درست‌اند و گزاره‌ی ۴ هم در شرایطی می‌تواند درست باشد.

۱-۱۴ گزینه‌ی (ج). زاویه‌ی بین دو بردار را θ می‌گیریم. با توجه به قضیه‌ی کسینوس‌ها، داریم

$$|\vec{A} + \vec{B}|^۲ = A^۲ + B^۲ + ۲AB\cos\theta$$

$$|\vec{A} - ۲\vec{B}|^۲ = A^۲ + ۴B^۲ - ۴AB\cos\theta$$

و با توجه به فرض صورت مسئله، این دو مقدار با هم برابر است.

$$۶AB\cos\theta = ۳B^۲$$

$$\theta = \text{Arc cos}\left(\frac{B}{۲A}\right)$$